Universidad Finis Terrae
Escuela de Ingeniería Comercial
Asignatura: Álgebra
Segundo Semestre 2015

Guía 3 : Inducción

1. Demuestre que $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $8^{n-1} + 6$ es divisible por 7.

2. Demostrar por inducción que: $2 + 4 + \ldots + 2n = n(n+1)$.

3. Demuestre que $\forall\, n \in \mathbb{N},\ 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \ldots + n \cdot (n+2) = \dfrac{n(n+1)(2n+7)}{6}$.

4. Demuestre que para todo natural n, $n^5 - n$ es divisible por 5.

5. Demuestre por inducción que $\forall\, n \in \mathbb{N}$ se cumple:

   a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

   b) $(n+1) + (n+2) + (n+3) + \ldots + (n+n) = 2^n \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1))$.

   c) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \cdot \dfrac{n(n+1)}{2}$.

   d) $\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{9}\right) + \ldots + \left(1 - \frac{1}{(n-1)^2}\right) = \dfrac{n+2}{2n+2}$.

   e) $(1^5 + 2^5 + 3^5 + \ldots + n^5) + (1^7 + 2^7 + 3^7 + \ldots + n^7) = 2(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n)^4$

   f) $F(n) : 5^{2n} + (-1)^{n+1}$ es divisible por 13.

   g) $F(n) : 7^{2n} + 16n - 1$ es divisible por 64.

   h) $F(n) : \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$.

   i) $F(n) : 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots + n \cdot (n+1) = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

   j) $F(n) : 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + \ldots + (2n-1) \cdot 2n = \dfrac{n(n+1)(4n-1)}{3}$.

   k) $F(n) : 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \ldots + n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = \dfrac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$.

   l) $F(n) : x^{2n} - y^{2n}$ es divisible por $(x - y)$.

   m) $F(n) : x^{2n-1} - y^{2n-1}$ es divisible por $(x + y)$.

   n) $F(n) : n^3 + 2n$ es divisible por 3.

   ñ) $F(n) : 2^n + (-1)^{n+1}$ es divisible por 3.

   o) $F(n) : 10^n + 3 \cdot 4^{n+1} + 5$ es divisible por 9.