

Guía 2 : Conjuntos

1. Sea, $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{2, 3, 4, 5\}$ y $D = \{1, 6, 7\}$. Determine por extensión y exprese en diagramas de Venn los siguientes conjuntos:

a) $A \cup C$

b) $A \cap B$

c) C^c

d) $(C^c \cap B) \cup B$

e) $(U \cap C)^c$

f) $A \cap C \cap D^c$

2. Si $A \subset B$, complete las siguientes igualdades:

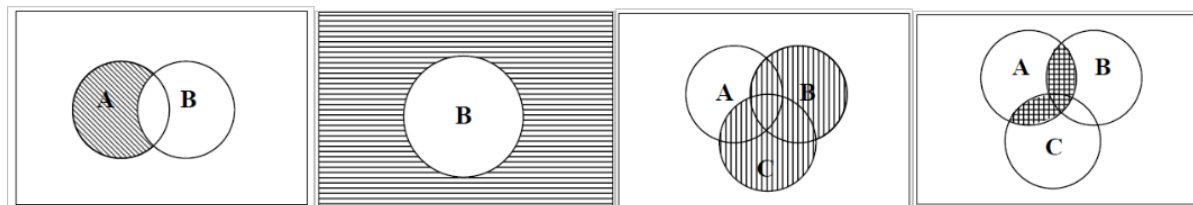
a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A - B$

3. El conjunto de los enteros impares divisibles por 4 puede ser representado por el conjunto?

4. Exprese una operación que represente cada zona achurada:



5. Complete con una V si es verdadero o con una F si es Falso.

a) $\text{_____} \forall x : x \subsetneq \emptyset$

b) $\text{_____} \forall x : \emptyset \in x$

c) _____ El único conjunto que es subconjunto de todos los conjuntos es el vacío.

d) $\emptyset \in \{\{ \} \}$

e) $\emptyset \subseteq \{\{ \} \}$

f) $\{1\} \subseteq \mathbb{N}$

g) $\{1, \{2\}\} \subseteq \mathbb{N}$

6. Muestre que los siguientes conjuntos son iguales $\{2x + 5 : x \in \mathbb{Z}\} = \{1 + 2y : y \in \mathbb{Z}\}$.

7. Demuestre las siguientes proposiciones si $A \subset B$:

a) $A \cap B = A$

b) $A \cup B = B$

c) $B' \subset A'$

d) $B \cup A' = U$

e) $A \cap B' = \emptyset$

8. Pruebe las siguientes propiedades de la unión y la intersección:

a) $A \subset A \cup B$

b) $A \cap B \subseteq A$

c) $B \subseteq A \Leftrightarrow A \cup B = A$

d) $B \subseteq A \Leftrightarrow A \cap B = B$

e) $A \cup B = A \cap B \Leftrightarrow A = B$

9. Verdadero o Falso? (dar una prueba o un contraejemplo):

- a) _____ $\forall X$ se tiene $X \cap A = X \cap B$, entonces $A = B$
- b) _____ $\exists X$ tal que $X \cap B = X \cap C$, entonces $B = C$.
- c) _____ $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$.
- d) _____ Si $A \subseteq B$ y B y C son disjuntos, entonces $A \cap (B \cup C) = A$. Puede debilitar las hipótesis?.

10. La diferencia simétrica de dos conjuntos A y B es un conjunto cuyos elementos son aquellos que están en A , pero no en B , unidos con aquellos que están en B , pero no en A .

$$A \triangle B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\} \cup \{x / x \notin A \wedge x \in B\} \Leftrightarrow A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$$

- a) Demuestre que la operación \triangle es conmutativa.
- b) Demuestre que la operación \triangle es asociativa.
- c) Calcule $A \triangle \emptyset$.
- d) Calcule $A \triangle U$.
- e) Si $A \subseteq B$, calcule $A \triangle B$.
- f) Demuestre $(A \triangle B)^c = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$.
- g) Demuestre que $A = B \Leftrightarrow A \triangle B = \emptyset$.

11. Demuestre que

- a) $(A - B) \cap B = \emptyset$
- b) $(A - B) \cap (A - B) = A - (B \cup C)$
- c) $\# [A \cup (B \cup C)] = \#A + \#B + \#C - \#(A \cap B) - \#(A \cap C) - \#(B \cap C) + \#(A \cap B \cap C)$
- d) $(A \cup A) \cup (A \cup B^c) = A$
- e) $(B \cap C) \cup A = (B \cup A) \cap (C \cup A)$
- f) $A \cup (A^c \cap B) = A \cup B$
- g) $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$
- h) $(A - B) \cap B = \emptyset$
- i) $A - (B \cap C) = A - B$
- j) $A^c - B^c = B - A$

12. Si A, B y $C \subseteq U$. Demuestre que

- a) $(A^c \cup B \cup C^c)^c \cup C^c \cup A^c B = U$
- b) $((A^c \cup B)^c \cup B)^c \cup (B^c \cup A)^c \cup A = U$

13. Simplificar

a) $A \cup [(B \cap (A \cup B)) \cap (A \cup (A \cap B))]$

b) Si $A \subset B$ entonces $A \cup (B - A)$

c) $A \cap (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$

d) $[A \cap (A \cup B)]^c \cup B$

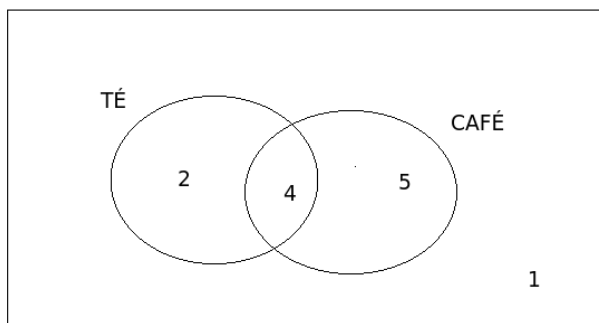
e) $[(A - B) \cap (B - C)] \cup (C - A)$

f) $(A \cup B) \cap (B^c \cup A)$

g) $(A \cup B) \cap (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$

h) $(A \cup B) \cap (B \cup C)$

14. En el diagrama, se han volcado los datos obtenidos en una encuesta, realizada a personas, donde se les preguntó si tomaban té o café. Los números que aparecen se refieren a las cantidades de personas que respondieron a la pregunta en las diversas formas posibles: solamente té, té y café, ninguna de las dos bebidas, etc.



- a) ¿Cuántas personas tomaban té?
- b) ¿Cuántas personas tomaban café?
- c) ¿Cuántas personas tomaban té y café?
- d) ¿Cuántas personas no tomaban ninguna de las dos bebidas?
- e) ¿Cuántas personas no tomaban té?
- f) ¿Cuántas personas no tomaban café?
- g) ¿Cuántas personas tomaban por lo menos una de esas dos bebidas?
- h) ¿Cuántas personas tomaban sólo una de esas dos bebidas?
- i) ¿Cuántas personas tomaban sólo café?
- j) ¿Cuántas personas tomaban alguna de esas bebidas?

15. En un Instituto universitario hay 14 estudiantes que siguen al mismo tiempo los cursos de francés e inglés, hay 16 que estudian francés, 27 que estudian inglés y 7 no estudian idiomas. Encuentre el número de estudiantes que estudian en el Instituto.
16. Durante el mes de abril, una empresa ha fabricado diariamente productos del tipo A o del tipo B (o ambos), excepto 4 domingos durante los cuales no ha fabricado nada. Sabiendo que 15 días del mes ha fabricado A, y 20 días ha fabricado B.
- ¿Cuántos días del mes ha fabricado ambos productos?
 - ¿Cuántos días del mes ha fabricado sólo productos del tipo A?
 - ¿Cuántos días del mes ha fabricado sólo productos del tipo B?
17. Un grupo de jóvenes fue entrevistado acerca de sus preferencias por ciertos medios de transporte (bicicleta, motocicleta y automóvil). Los datos de la encuesta fueron los siguientes:
- Motocicleta solamente: 5
 - Motocicleta: 38
 - No gustan del automóvil: 9
 - No gustan de la bicicleta: 72
 - Motocicleta y bicicleta, pero no automóvil: 3
 - Motocicleta y automóvil pero no bicicleta: 20
 - Ninguna de las tres cosas: 1
 - No gustan de la motocicleta: 61
- ¿Cuál fue el número de personas entrevistadas?
 - ¿A cuántos le gustaba la bicicleta solamente?
 - ¿A cuántos le gustaba el automóvil solamente?
 - ¿A cuántos le gustaban las tres cosas?
 - ¿A cuántos le gustaba la bicicleta y el automóvil pero no la motocicleta?
18. Una encuesta aplicada a un grupo de jóvenes, acerca de las preferencias por alguna radio F.M. de la región, señaló que:
- 277 preferían Carolina
 - 233 preferían Manquehue
 - 405 preferían Tiempo
 - 165 preferían Manquehue y Tiempo
 - 120 preferían Manquehue y Carolina
 - 190 preferían Carolina y Tiempo
 - 105 preferían las tres estaciones de radio mencionadas

- a) ¿Cuántos jóvenes fueron encuestados?
- b) ¿Cuántos jóvenes prefieren sólo Carolina?
- c) ¿Cuántos jóvenes prefieren sólo Carolina y Tiempo?
19. Una encuesta realizada a 2000 hombres reveló lo siguiente respecto a sus gustos por distintos tipos de mujeres:
- 800 preferían las rubias;
 - 950 preferían las morenas;
 - 750 preferían las colorinas;
 - 150 preferían las rubias y morenas;
 - 250 preferían las morenas y colorinas;
 - 250 preferían las rubias y colorinas;
 - 200 Sólo morenas y colorinas.
- Determine el número de hombres que:
- a) Preferían los tres tipos de mujeres encuestados.
- b) No preferían estos tipos de mujeres.
20. Una encuesta sobre un grupo de personas acerca del consumo de tres productos A , B y C reveló los siguientes datos:
- a) 59 % usan A . b) 73 % usan B . c) 85 % usan C .
- d) 41 % usan A y B . e) 33 % usan A y C . f) 47 % usan B y C .
- g) 15 % usan los tres productos.
- ¿Son atendibles los datos de la encuesta? ¿Por qué?
21. En una reunión se determina que 40 personas son aficionadas al juego, 39 son aficionadas al vino y 48 a las fiestas, además hay 10 personas que son aficionadas al vino, juego y fiestas, existen 9 personas aficionadas al juego y vino solamente, hay 11 personas que son aficionadas al juego sólomente y por último 9 a las fiestas y el vino sólomente. Determinar:
- a) El número de personas que es aficionada al vino solamente.
- b) El número de personas que es aficionada a las fiestas solamente.
22. En una encuesta realizada a 320 alumnos de Ingeniería Comercial de una Universidad en Valparaíso, se descubrió que estos prefieren tres lugares para sus “carretes” de fin de semana:
- 95 prefieren ir al “Kamikaze”;
 - 90 prefieren ir al “Playa”;
 - 120 prefieren ir al “Bar de los Cuatro Vientos”;
 - 30 prefieren ir al “Kamikaze” y al “Playa”

- 10 prefieren ir al “Kamikaze” y al “Bar de los Cuatro Vientos”
- 40 prefieren ir al “Playa” solamente
- 60 prefieren ir al “Kamikaze” solamente

Determine el número de estudiantes que prefieren:

- a) Sólo ir al “Bar de los Cuatro Vientos”
- b) Ir a los tres lugares
- c) No salir y quedarse estudiando el fin de semana

23. Una encuesta sobre 500 personas reveló los siguientes datos acerca del consumo de dos productos A y B :

- 138 personas consumían A pero no B .
- 206 personas consumían A y B .
- 44 personas no consumían ni A ni B .

- a) ¿Cuántas personas consumían A ?
- b) ¿Cuántas personas consumían B ?
- c) ¿Cuántas personas consumían B pero no A ?
- d) ¿Cuántas personas consumían por lo menos uno de los dos productos?

24. Una encuesta sobre 500 personas reveló los siguientes datos acerca del consumo de dos productos A y B :

- 410 personas consumían por lo menos uno de los dos productos.
- 294 personas consumían A .
- 78 personas consumían A pero no B .

- a) ¿Qué porcentaje de personas consumía B ?
- b) ¿Qué porcentaje de personas consumía sólo B ?
- c) ¿Qué porcentaje de personas consumía los dos productos?
- d) ¿Qué porcentaje de personas no consumía ninguno de los dos productos?

25. Una encuesta sobre 500 personas reveló los siguientes datos acerca del consumo de dos productos A y B :

- 310 personas consumían por lo menos uno de los dos productos.
- 270 personas consumían A .
- 205 personas consumían B pero no A .

Demostrar que los resultados de la encuesta no son atendibles.

26. Una encuesta sobre 200 personas reveló los siguientes datos acerca del consumo de tres productos A , B y C :

- 5 personas consumían sólo A .
- 25 personas consumían sólo B .
- 10 personas consumían sólo C .
- 15 personas consumían A y B , pero no C .
- 80 personas consumían B y C , pero no A .
- 8 personas consumían C y A , pero no B .
- 17 personas no consumían ninguno de los tres productos.

- a) ¿Cuántas personas consumían A ?
- b) ¿Cuántas personas consumían B ?
- c) ¿Cuántas personas consumían C ?
- d) ¿Cuántas personas consumían A , B y C ?
- e) ¿Cuántas personas consumían por lo menos uno de los tres productos?
- f) ¿Cuántas personas consumían A o B ?
- g) ¿Cuántas personas no consumían C ?
- h) ¿Cuántas personas no consumían ni C ni A ?

27. Una encuesta sobre 200 personas reveló los siguientes datos acerca del consumo de tres productos A , B y C :

- 30 personas consumían A .
- 85 personas consumían B .
- 103 personas consumían C .
- 10 personas consumían A y C , pero no B .
- 13 personas consumían A y C .
- 18 personas consumían B y C .
- 5 personas consumían A y B , pero no C .

- a) ¿Cuántas personas no consumían ninguno de los tres productos?
- b) ¿Cuántas personas consumían los tres productos?
- c) ¿Cuántas personas consumían A pero no B ni C ?
- d) ¿Cuántas personas no consumían A ?
- e) ¿Cuántas personas consumían por lo menos uno de los tres productos?

28. Sobre un grupo de 45 alumnos se sabe que:

- 16 alumnos leen novelas.
- 18 alumnos leen ciencia ficción.
- 17 alumnos leen cuentos.
- 8 alumnos leen sólo cuentos.
- 3 alumnos leen novelas, ciencia ficción y cuentos.
- 1 alumno lee sólo cuentos y ciencia ficción.
- 4 alumnos leen sólo novelas y ciencia ficción.

a) ¿Cuántos alumnos leen sólo ciencia ficción?

b) ¿Cuántos alumnos no leen ni novelas, ni cuentos ni ciencia ficción?

29. Una encuesta sobre 500 niños internados en un hogar reveló los siguientes datos: 308 eran menores de diez años.

- 5 eran huérfanos de padre y madre.
- 22 eran huérfanos de padre
- 174 no eran menores de 10 años, ni eran huérfanos de madre o padre.
- 3 eran menores de diez años, huérfanos de madre y padre.
- 9 eran menores de diez años, huérfanos sólo de padre.
- 13 eran huérfanos sólo de madre.

a) ¿Cuántos niños eran huérfanos de madre?

b) ¿Cuántos niños menores de diez años eran huérfanos de madre?

30. Una encuesta sobre 200 personas acerca del consumo de tres productos A , B y C reveló los siguientes datos:

- 126 personas consumían C .
- 124 personas no consumían A .
- 36 personas no consumían ni A ni B .
- 60 personas consumían A y C .
- 170 personas consumían por lo menos uno de los tres productos.
- 40 personas consumían los tres productos.
- 56 personas no consumían B .

a) ¿Cuántas personas consumían solamente B ?

b) ¿Cuántas personas consumían A y B ?

c) ¿Cuántas personas consumían solamente A ?

31. En una fábrica de 3.000 empleados, hay:

- 1.880 varones.
- 1.600 personas casadas.
- 380 técnicos (varones o mujeres).
- 150 técnicos casados
- 120 técnicos varones casados.
- 1.260 varones casados.
- 260 técnicos varones.

- a) ¿Cuántas mujeres no casadas trabajan en la fábrica?
- b) ¿Cuántas mujeres técnicas trabajan en la fábrica?
- c) ¿Cuántas mujeres técnicas casadas trabajan en la fábrica?
- d) ¿Cuántas mujeres trabajan en la fábrica?

32. Un conjunto formado por 250 personas presentó una prueba formada por tres preguntas. Luego de la corrección, se obtuvieron los siguientes resultados: 27 respondieron correctamente las tres preguntas, 31 respondieron correctamente sólo la primera y la segunda pregunta, 32 respondieron correctamente sólo la primera y la tercera pregunta, 15 respondieron correctamente sólo la segunda y la tercera pregunta, 134 respondieron correctamente la pregunta 1, 87 respondieron correctamente la segunda pregunta y 129 respondieron correctamente la pregunta tres. Calcule el número de personas que no respondió correctamente ninguna pregunta.

33. El departamento de estadística de una empresa realiza una encuesta entre 250 empleados con el fin de adoptar un plan de pensiones diseñado por el departamento. Los resultados se recogen en la siguiente tabla:

TRABAJADORES				
Respuestas	Capataces	Eventuales	Supernumerarios	fijos
A favor	6	78	42	43
En contra	3	32	28	10
Sin opinión	1	0	5	2

Utilizando las siguientes notaciones:

- S : Conjunto de empleados que contestaron a favor.
- N : Conjunto de empleados que contestaron en contra.
- C : Conjunto de capataces.
- D : Conjunto de trabajadores eventuales.
- T : Conjunto de trabajadores supernumerarios.
- F : Conjunto de trabajadores fijos.

Determinar el número de empleados de:

a) S

b) C

c) D

d) T

e) $C \cup D$

f) $S \cap D$

g) $(D \cup T) \cap N$

h) $N - (D \cup T)$