

GUIA 4 SUMATORIAS

1.- Escriba las siguientes sumas usando el símbolo de sumatoria:

- a) $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30$
- b) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$
- c) $3 + 9 + 27 + 81 + 243$
- d) $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36$
- e) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$

2.- Exprese en términos de sumatoria hasta "n"

- a) $3 + 4 + 5 + \dots + (n + 2)$
- b) $1/2 + 2/3 + 3/4 + \dots + \{n / (n + 1)\}$
- c) $7 + 10 + 13 + 16 + 19 + \dots + (3n - 2)$
- d) $25 + 58 + 81 + \dots + (3n + 1)(3n + 2)$

3. Calcule las siguientes sumas:

$$\begin{array}{lll}
 1) \sum_{i=1}^3 i - \sqrt{10 - i^2} & 2) \sum_{i=3}^5 (-1)^i i^2 & 3) \sum_{i=7}^{10} 6^i - 4 \\
 4) \sum_{p=1}^4 \frac{2}{p} & 5) \sum_{t=2}^4 \left(\frac{1}{t^2} \right) & 6) \sum_{i=1}^4 i^i
 \end{array}$$

4. Si x_1, x_2, \dots, x_i $i \in \mathbb{N}$ una sucesión de la cual se sabe que : $\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 160$, $\sum_{i=1}^8 x_i = 120$,

$x_9 = 6$ y $x_{10} = 8$. Obtenga el valor de:

- a) $\sum_{i=1}^{10} x_i^2$
- b) $\sum_{i=1}^9 x_i (x_i - 2)$
- c) $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 1)^2 - \sum_{i=1}^8 (x_i - 1)^2$

5. Determine x si se sabe que $\sum_{i=1}^{60} i x = 12810$

6. Calcule el valor de las siguientes sumatorias:

$$\begin{array}{ll}
 a) \sum_{i=1}^{35} 2i & c) \sum_{i=1}^{204} (5i + 4) \\
 b) \sum_{i=1}^{49} (1 + 2i) & d) \sum_{i=1}^{101} (i - 1)^2
 \end{array}$$

$$e) \sum_{i=1}^{138} i(3-i)$$

$$f) \sum_{i=1}^{62} (3i-2)^2$$

$$g) \sum_{i=1}^{44} \left(\frac{i-2}{3} \right)^2$$

$$h) \sum_{i=1}^{303} \frac{2-5i}{3}$$

$$i) \sum_{i=1}^{50} (i(-2i+4)+i^3)$$

$$j) \sum_{i=1}^{39} \left(\frac{i-3}{2} \right) \left(\frac{2-i}{3} \right)$$

$$k) \sum_{i=1}^{81} i(-2i+4)+i^3$$

$$l) \sum_{i=1}^{77} \left(\frac{2-4i}{3} \right)^2$$

$$m) \sum_{i=1}^{20} (i(i^2-1)+2i)$$

$$n) \sum_{t=1}^{45} (2t-4)^2$$

$$o) \sum_{p=1}^{100} (p-4)(p+4)$$

$$p) \sum_{g=1}^{80} (g^3+g^2+g)$$

$$q) \sum_{i=1}^{95} \left(\frac{i^3}{3} - \frac{i^2}{2} \right)$$

$$r) \sum_{a=1}^{60} \left(\frac{2a-5a^2}{2} \right)$$

7. Demuestre usando propiedades que:

$$a) \sum_{i=1}^{20} (2i-1)^3 = 319.600$$

$$b) \sum_{i=1}^{30} (2i-1)^2 = 35.990$$

$$c) \sum_{i=1}^{35} \frac{1}{2} i(i+1) = 630$$

$$d) \sum_{i=1}^{40} (i+2) = 900$$

$$e) \sum_{i=1}^{45} (3i-2) = 3015$$

$$f) \sum_{g=1}^{50} (3g-1) = 3775$$

$$g) \sum_{k=1}^{60} (3k-2)^2 = 642.570$$

8. Calcule usando propiedades:

$$a) \sum_{i=1}^{30} \sum_{k=1}^{20} 7ik$$

$$b) \sum_{i=1}^{75} \sum_{k=1}^i 8k$$

$$c) \sum_{i=1}^{42} \sum_{k=1}^i 3i$$

$$d) \sum_{k=23}^{47} \sum_{j=1}^9 (k+3)(j-3)$$

$$e) \sum_{k=11}^{33} \sum_{j=6}^{15} (2k+j)(k-2)$$

$$f) \sum_{k=7}^{20} \sum_{i=12}^{16} (2i-k)(2j-i)$$

9. Usando descomposición en fracciones parciales y propiedad telescópica, para probar que:

$$a) \sum_{k=1}^n \frac{2}{k(k+1)} = \frac{2n}{n+1}$$

$$b) \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{n}{2(n+2)}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \sum_{i=1}^n \frac{1}{(2i+3)(2i+1)} = \frac{n}{3(2n+3)} \\ \text{d)} \quad & \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{3}{4} - \frac{4n+3}{2(n+1)(n+2)} \\ \text{e)} \quad & \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+3)} = \frac{7}{36} - \frac{1}{6(n+1)} + \frac{1}{6(n+2)} + \frac{1}{6(n+3)} \end{aligned}$$

10. Si $a_i = \begin{cases} (2i-3)^2 & \text{si } i \leq 27 \\ (3i-5)(3i+5) & \text{si } i \geq 28 \end{cases}$ $i \in \mathbb{N}$, calcule $\sum_{i=1}^{60} a_i$ usando propiedades:

11. Si $\sum_{i=1}^6 (a_i - 3)^2 = \sum_{i=1}^6 (a_i + 2)^2$ y $\frac{\sum_{i=1}^6 a_i^2}{\sum_{i=1}^6 a_i} = 10$, determine $\sum_{i=1}^6 a_i(a_i - 3)$.

12. Calcular el valor de la constante “c”, si se sabe que: $\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^5 (2x_i - 3y_j + c) = 6000$, $\sum_{i=1}^6 x_i = 18$ y $\sum_{j=1}^5 y_j = 22$.