

Guía 1 : Lógica

Lógica Proposicional

1. Considere los enunciados representados por las proposiciones p y q :

p : 4 es un número primo y q : 4 es divisor de 32.

Expresé en español los enunciados representados por:

- | | | |
|--------------------|--------------------------------|------------------------------------|
| a) $p \wedge q$ | b) $q \Rightarrow \sim p$ | c) $\sim p \Leftrightarrow q$ |
| d) $\sim p \vee q$ | e) $\sim p \Rightarrow \sim q$ | f) $(q \wedge \sim p) \vee \sim q$ |

2. Si se sabe que p es falsa, q es verdadera y que r es falsa, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- | | |
|--|--|
| a) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$ | b) $(\sim p \Rightarrow \sim r) \wedge q$ |
| c) $(p \wedge \sim r) \Leftrightarrow q$ | d) $\sim(\sim p \Rightarrow r) \wedge (\sim r \vee p)$ |

3. Considere las proposiciones, p : Él es Ingeniero Civil, q : Él es Informático, r : Él es Empresario. Escriba en forma simbólica los siguientes enunciados:

- a) Él no es Ingeniero Civil ni Informático, pero si Empresario.
- b) Él no es Ingeniero Civil y es Informático.
- c) Ser Ingeniero Civil o Empresario es lo mismo que ser Informático.
- d) Si él es Ingeniero Civil e Informático, entonces es Empresario.
- e) Si no es Ingeniero Civil y es Informático, entonces es Empresario.
- f) Es Ingeniero Civil sólo si es Informático y Empresario.

4. A través de una matriz de valores veritativos, determine si los siguientes esquemas son Tautología, Contradicción o Contingencia:

- a) $[(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (p \vee q)] \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$
- b) $[(\sim q \vee \sim p) \Rightarrow q] \wedge \sim [q \vee \sim (q \Rightarrow p)]$
- c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge r)]$
- d) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \wedge q)$
- e) $[\sim a \Rightarrow (b \vee c)] \wedge [(a \vee b \vee c) \Rightarrow \{(b \vee c) \wedge a\}]$
- f) $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$
- g) $\sim [(a \vee b) \Rightarrow (\sim a \wedge b)] \Leftrightarrow b$
- h) $\sim [(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \wedge q)$

5. Verifique si las siguientes proposiciones compuestas tienen carácter de Tautología, Contradicción o Contingencia:

- a) $\{ [(a \Leftrightarrow \sim b) \wedge c] \vee [(\sim a \Rightarrow c) \wedge b] \}$
- b) $(p \vee q) \vee [p \Rightarrow \sim q] \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
- c) $\{ [a \Rightarrow (b \wedge \sim c)] \Leftrightarrow \sim b \} \Rightarrow (\sim a \vee c)$
- d) $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim(p \wedge q)] \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$
- e) $[(\sim q \vee r) \Rightarrow \sim p] \vee [(p \Leftrightarrow r) \wedge (\sim p \Rightarrow r)]$
- f) $\{ \sim a \Leftrightarrow [c \Rightarrow (a \wedge b)] \} \Rightarrow \sim(c \wedge \sim b)$
- g) $\sim[(p \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow (r \Rightarrow p)] \wedge (p \vee \sim r)$

6. Si se sabe que $\sim p \wedge q \equiv C$, demuestre, usando álgebra proposicional, que:

$$[(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)] \vee p \equiv T.$$

7. Si $\sim p \vee q \equiv T$, demuestre que

$$[(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge q)] \vee q \equiv T.$$

8. Demuestre que los esquemas $p \Rightarrow (q \vee r)$ y $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$ son lógicamente equivalentes.
9. Determine el valor de verdad de las proposiciones p , q y r en cada uno de los siguientes casos, sabiendo que el valor de verdad del esquema propuesto es el que se indica. Comente su resultado.

- a) $[\sim(p \Rightarrow q) \wedge (r \vee q)] : V$
- b) $\{ [(p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge r)] \vee (p \Rightarrow r) \} : F$
- c) $\{ [(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee r)] \wedge \sim[p \Rightarrow (q \wedge r)] \} : V$
- d) $\{ [(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge q) \vee (q \Rightarrow r)] \} : F$
- e) $\{ \sim[(p \wedge (q \Rightarrow r))] \vee [(p \vee q) \Rightarrow \sim(p \wedge r)] \} : F$

10. Demuestre que si q tiene el valor de verdad F , entonces la proposición compuesta

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow [(q \wedge r) \wedge (\sim p \vee \sim q)]$$

resulta Falsa.

11. Considere tres proposiciones p , q y r de las cuales se sabe que $p \wedge q$ es Verdadero, y que $q \wedge r$ es Falso. Determine el valor veritativo del esquema $(r \vee p) \Rightarrow (r \wedge p)$.

12. Demuestre, usando álgebra lógica, las siguientes, las siguientes equivalencias entre esquemas.

$$a) q \Rightarrow [\sim p \Rightarrow (p \vee q)] \equiv \sim (p \wedge \sim p)$$

$$b) p \wedge [\sim (p \vee q) \vee \sim (\sim q \vee p)] \equiv \sim (p \Rightarrow p)$$

$$c) p \vee \sim [p \wedge (q \vee \sim p)] \equiv T$$

$$d) [(\sim p \vee \sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q)] \equiv p$$

$$e) [(p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge \sim p)] \equiv \sim q$$

13. Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

$$a) \exists! x \in A / x + 3 = 10$$

$$b) \forall x \in A : x + 3 \leq 10$$

$$c) \exists x \in A / x + 3 < 10$$

$$d) \forall x \in A : x + 3 \leq 7$$

14. Dado el conjunto $A = \{1, 3, 5, 7\}$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

$$a) (\exists x \in A / 4x^2 - 19x - 5 = 0) \vee (\exists x \in A / x^2 = x)$$

$$b) (\exists x \in A / 2x + 3y = 5x) \wedge (\exists x \in A / 2x = x)$$

15. Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones; para las que sean falsas, escriba la negación.

$$a) \forall x \in \mathbb{N}, x \text{ es par o impar.}$$

$$b) \exists a \in \mathbb{R} / a^2 = 1 \Rightarrow 0^0 = 1.$$

$$c) \text{ Si todo número primo es impar, entonces dos no es primo.}$$

$$d) \forall a, b \in \mathbb{R}, \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}.$$

$$e) \forall x \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N} / x < n.$$

$$f) \forall x \in A, \exists y \in A / x^2 + y^2 \leq 25, \text{ donde } A = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$