

Guía 5 : Progresiones

- Demuestre que las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas:
a) $a_n = \frac{4n+5}{2}$ b) $b_n = \frac{80}{3}$ c) $c_n = 2$
d) $3, 7, 11, 15, \dots$ e) $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \dots$
- Encuentre el noveno término y la suma de los 20 primeros términos en las P.A.
a) $4, 7, 10, \dots$ b) $\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \dots$ c) $2, \frac{-1}{2}, \dots$ d) $(2k-1), (3k+4), \dots$
- En una P.A. el tercer término es 5 y el octavo es 15. Encuentre el término de orden 20 en la P.A. y la suma de estos 20 primeros términos.
- Calcule la suma de todos los múltiplos de 7 que hay entre 100 y 400.
- Encuentre la diferencia y el primer término de una P.A. en la cual el segundo término es $5/2$ y la suma de sus 10 primeros es 30.
- En una P.A. la suma de sus 20 primeros términos es 1090, y la suma de los 20 siguientes es 3090. Encuentre el primer término y la diferencia de la P.A.
- Determine la cantidad de términos que se deben sumar en la P.A. $6, 10, 14, \dots$ para obtener 1920.
- La suma de tres números en P.A. es 21, y el producto del primero por el tercero es 33. Encuentre los números.
- Encuentre el valor de k en la sucesión: $5k+3, 7k+1, k-2$ de modo que los tres términos estén en P.A.
- Si a, b, c están en P.A., demuestre que $b = \frac{a+c}{2}$.
- Calcule la suma de los 50 primeros términos de una P.A. donde el tercer término es cuatro veces el primero y el sexto término es 17.
- Si en una P.A. los términos de ordenes p, q y r son respectivamente a, b y c , demuestre que: $(q-r)a + (r-p)b + (p-q)c = 0$.
- Si en una P.A. la suma de los p primeros términos es q y la suma de los q primeros términos es p , demuestre que la suma de los $(p+q)$ primeros términos es $-(p+q)$.

14. Demuestre que las siguientes sucesiones son progresiones geométricas:
 $a) a_n = \frac{1}{2} \cdot 3^{2n}$ $b) b_n = (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ $c) c_n = \frac{2^{2n+1}}{5^{2n-1}}$
15. Encuentre el octavo término en la P.G. $6, 12, \dots$
16. Encuentre el término de orden 12 en la P.G. $2, \frac{1}{2}, \dots$
17. En una P.G. el segundo término es 1 y el quinto es $3\sqrt{3}$. Encuentre el noveno término de la P.G.
18. En una P.G. el séptimo término es 32 veces el segundo término. Si el primer término de la P.G. es 3, encuentre el décimo término y la suma de los 12 primeros términos de la P.G.
19. El producto de tres números en P.G. es 8, y la suma de sus recíprocos es $\frac{21}{8}$. Encuentre los números.
20. En una P.G. cuya razón $r \neq 1$, la suma de los $(2n)$ primeros términos es k veces la suma de los n primeros. Demuestre que $r = \sqrt[n]{k-1}$.
21. En una P.G. los términos de lugares p, q y r son a, b y c respectivamente. Demuestre que:
 $a^{q-r} \cdot b^{r-p} \cdot c^{p-q} = 1$.
22. Usando progresiones geométricas, exprese los siguientes decimales como fracciones:
 $a) 0,333\dots$ $b) 0,242424\dots$ $c) 1,666\dots$ $d) -1,2363636\dots$
23. En un triángulo equilátero de lado a se toman los puntos medios de los lados y se forma un nuevo triángulo. Si este proceso continúa indefinidamente calcule la suma de las áreas de todos los triángulos así construidos.
24. Desde una altura de $12 [mts]$ se deja caer una pelota que rebota cada vez dos tercios de la altura anterior. Calcule la distancia vertical total recorrida por la pelota.
25. En una P.A. cuyo primer término es 1, los términos de orden 2, 10 y 32 están en P.G. Encuentre los 5 primeros términos de la P.A.
26. Demuestre que si $\frac{1}{2}(a+b), b, \frac{1}{2}(b+c)$ están en P.H. entonces los números a, b, c están en P.G.
27. Demuestre que si a^2, b^2, c^2 están en P.A., $(b+c), (a+c), (a+b)$ están en P.H..
28. Se tienen tres números en P.A. que suman 15, y si el segundo se disminuye en una unidad se forma una P.G. Determine los números.
29. Una persona paga una deuda en tres años, la cual se incrementa mes a mes en una cantidad fija en pesos. Si al final del segundo año la persona ha pagado la mitad de la deuda y la primera cuota del tercer año es de \$122,000, calcule el total de la deuda.
30. El Sr. Pérez debía pagar una deuda de \$360,000 en 40 cuotas que aumentaban mensualmente en una cantidad fija en pesos. Después de pagar la cuota número 30 esta persona fallece dejando la tercera parte de la deuda sin saldar. Determine el valor de la última cuota pagada por el Sr. Pérez.

31. Una persona hace un trato para tener un sueldo inicial de \$1,200,000 durante el primer año de trabajo, el cual se reajustará anualmente en un 5 %. Determine el sueldo de esta persona después de 10 años.
32. Una persona coloca un capital inicial C_0 con un $i\%$ de interés por período, muestre que después de n períodos el nuevo capital será de $C = C_0 \left(1 + \frac{i}{100}\right)^n$.
33. A una persona le ofrecen trabajo por 24 meses con dos modalidades de pago. La primera modalidad consiste en un sueldo inicial de \$540,000, el cual se irá reajustando en una cantidad fija mensual correspondiente al 2 % del sueldo inicial. La segunda modalidad consiste en un sueldo inicial de \$480,000, el cual se reajustará mensualmente en un 1 %. ¿Con cuál de las dos modalidades de pago la persona tendrá una mayor remuneración total por los dos años?