Universidad Finis Terrae
Escuela de Ingeniería Comercial
Asignatura: Álgebra
Segundo Semestre 2015

Guía 7 : Números Complejos.

1. Encuentre las partes real e imaginarias del número complejo.

   a) $z_1 = \dfrac{-2-5i}{3}$

   b) $z_1 = \dfrac{4+7i}{2}$

2. 2. Reduzca a la forma canónica:

   a) i^3 b) $(2i)^4$ c) i^{100}
   d) i^{1002} e) $\frac{1}{i}$ f) $\frac{1}{1+i}$
   g) $\frac{2-3i}{1-2i}$ h) $\frac{5-i}{3+4i}$ i) $\frac{26+39i}{2-3i}$
   j) $\frac{25}{4-3i}$ k) $\frac{10i}{1-2i}$ l) $(2-3i)^{-1}$
   m) $\frac{4+6i}{3i}$ n) $\frac{-3+5i}{15i}$ ñ) $\frac{1}{1+i} - \frac{1}{1-i}$
   o) $\frac{(1+2i)(3-i)}{2+i}$

3. Considere $z_1 = 2-3i$, $z_2 = 1-i$ y $z_3 = -8+5i$. Calcular

   a) $z_1 \cdot z_2^2 - z_3$

   b) $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$

   c) $|z_1 + z_2|$

4. Determine $z \in \mathbb{C}$ tal que:
$$\left.\begin{array}{r} z+\overline{z} = 6 \\ |z| = 5 \end{array}\right\}$$

5. Escriba el complejo en forma polar con argumento θ entre $0°$ y $360°$. a) $1+i$
   b) $1+\sqrt{3}i$ c) $\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ d) $1-i$
   e) $2\sqrt{3}-2i$ f) $-1+i$ g) $-3i$
   h) $-3-3\sqrt{3}i$ i) $-5-5i$ j) 4
   k) $4\sqrt{3}-4i$ l) $8i$ m) -20
   n) $\sqrt{3}+i$ ñ) $3+4i$ o) $i(2-2i)$
   p) $3i(1+i)$ q) $2(1-i)$

6. Encuentre la potencia indicada usando el Teorema de Moivre.
   a) $(1+i)^{20}$ b) $(1+\sqrt{3}i)^5$ c) $(2\sqrt{3}+2i)^5$
   d) $(1-i)^8$ e) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{12}$ f) $(\sqrt{3}-i)^{-10}$
   g) $(2-2i)^8$ h) $(-3-3\sqrt{3}i)^4$ i) $(2\sqrt{3}+2i)^{-5}$
   j) $\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{15}$

7. Encuentre las raíces indicadas y, a continuación, grafique las raíces en el plano complejo.

   a) Las raíces cuadradas de $4\sqrt{3} + 4i$.

   b) Las raíces cúbicas de $4\sqrt{3} + 4i$.

   c) Las raíces cuartas de $-81i$.

   d) Las raíces quintas de 32.

   e) Las raíces octavas de 1.

   f) Las raíces cúbicas de $1 + i$

   g) Las raíces cúbicas de i

   h) Las raíces quintas de i.

8. Determine $\text{Re}(z)$, $im(z)$, $\overline{z}$ y $|z|$ en los siguientes casos:

   a) $z = (2 + i)^3$

   b) $z = \frac{1+i}{2-3i}$

   c) $z = \frac{(1+2i)(2-i)}{2i}$

9. Pruebe que si z y w son números complejos, entonces:

   a) $\text{Re}(z + w) = \text{Re}(z) + \text{Re}(w)$

   b) $\text{Re}(zw) = \text{Re}(z)\text{Re}(w) - \text{Im}(z)\text{Im}(w)$

   c) $\overline{z + w} = \overline{z} + \overline{w}$

   d) $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$

10. Exprese la forma $a + ib$ al complejo $(1 + i)^{10} + (2 - i)^7$.

11. Encuentre un complejo tal que $z\overline{z} = 4$ y $|z| = 13$.

12. Determine $|z|$, si $z = \sqrt{-3 + 4i}$.